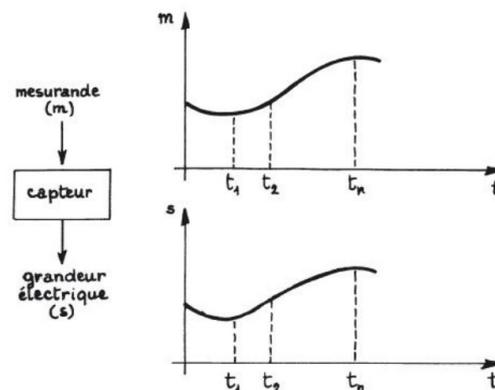


### Introduction :

La grandeur physique objet de la mesure : déplacement, température, pression, etc. est désignée comme le **mesurande** et représentée par **m** ; l'ensemble des opérations expérimentales qui concourent à la connaissance de la valeur numérique du mesurande constitue son mesurage. Lorsque le mesurage utilise des moyens électroniques de traitement du signal, il est nécessaire de produire à partir du mesurande une grandeur électrique qui en soit une représentation aussi exacte que possible :

ceci signifie que la grandeur électrique et ses variations apportent toute l'information nécessaire à la connaissance du mesurande. Le capteur est le dispositif qui soumis à l'action d'un mesurande non électrique présente une caractéristique de nature électrique (charge, tension, courant ou impédance) désignée par **s** et qui est fonction du mesurande :  $s = F(m)$

**s** est la grandeur de sortie ou réponse du capteur, **m** est la grandeur d'entrée ou excitation. La mesure de **s** doit permettre de connaître la valeur de **m** (figure ci-dessous).



La relation  $s = F(m)$  résulte dans sa forme théorique des lois physiques qui régissent le fonctionnement du capteur et dans son expression numérique de sa construction (géométrie, dimensions), des matériaux qui le constituent et éventuellement de son environnement et de son mode d'emploi (température, alimentation). Pour tout capteur la relation  $s = F(m)$  sous sa forme numériquement exploitable est explicitée par **étalonnage**.

Pour des raisons de facilité d'exploitation on s'efforce de réaliser le capteur, ou du moins de l'utiliser, en sorte qu'il établisse une relation linéaire entre les variations  $\Delta s$  de la grandeur de sortie et celles  $\Delta m$  de la grandeur d'entrée :  $\Delta s = S \cdot \Delta m$

**S** est la **sensibilité du capteur**.

Un des problèmes importants dans la conception et l'utilisation d'un capteur est la constance de sa sensibilité **S** qui doit dépendre aussi peu que possible :

- de la valeur de **m** (**linéarité**) et de sa fréquence de variation (**bande passante**) ;
- du temps (**vieillessement**) ;
- de l'action d'autres grandeurs physiques de son environnement qui ne sont pas l'objet de la mesure et que l'on désigne comme **grandeurs d'influence** : harmonique, distorsion, CEM, ...

En tant qu'élément de circuit électrique, le capteur se présente, vu de sa sortie :

- soit comme un générateur, **s** étant une charge, une tension ou un courant et il s'agit alors d'un **capteur actif** ;
- soit comme une impédance, **s** étant alors une résistance, une inductance ou une capacité : le **capteur** est alors dit **passif**.

### Les capteurs passifs

Il s'agit d'impédances dont l'un des paramètres déterminants est sensible au mesurande. Dans l'expression littérale d'une impédance sont présents des termes liés :

- d'une part à sa géométrie et à ses dimensions ;
- d'autre part aux propriétés électriques des matériaux : résistivité  $\rho$ , perméabilité magnétique  $\mu$ , constante diélectrique  $\epsilon$ .

La variation d'impédance peut donc être due à l'action du mesurande :

- soit sur les caractéristiques géométriques ou dimensionnelles ;
- soit sur les propriétés électriques des matériaux ;
- soit plus rarement sur les deux simultanément.

Les paramètres géométriques ou dimensionnels de l'impédance peuvent varier si le capteur comporte soit un élément mobile, soit un élément déformable.

Dans le premier cas, à chaque position de l'élément mobile correspond une valeur de l'impédance et la mesure de celle-ci permet de connaître la position ; c'est le principe d'un grand nombre de capteurs de position ou de déplacement : potentiomètre, inductance à noyau mobile, condensateur à armature mobile.

Dans le second cas, la déformation résulte de forces – ou de grandeurs s'y ramenant (pression, accélération) – appliquées soit directement soit indirectement au capteur : armature d'un condensateur soumise à une pression différentielle, jauge d'extensométrie liée rigidement à une structure soumise à contrainte. La modification d'impédance qu'entraîne la déformation du capteur est liée aux efforts auxquels celui-ci ou la structure intermédiaire se trouve soumis et elle en assure une traduction électrique.

## **Les capteurs actifs**

Fonctionnant en générateur, un capteur actif est généralement fondé dans son principe sur un effet physique qui assure la conversion en énergie électrique de la forme d'énergie propre au mesurande : énergie thermique, mécanique ou de rayonnement.

*Effet thermoélectrique* : Un circuit formé de deux conducteurs de nature chimique différente dont les jonctions sont à des températures  $T_1$  et  $T_2$  est le siège d'une force électromotrice  $e=f(T_1, T_2)$ .

*Effet pyroélectrique* : Certains cristaux dits pyroélectriques, le sulfate de triglycine par exemple, ont une polarisation électrique spontanée qui dépend de leur température ; ils portent en surface des charges électriques proportionnelles à cette polarisation et de signes contraires sur les faces opposées.

*Effet piézoélectrique* : L'application d'une force et plus généralement d'une contrainte mécanique à certains matériaux dits piézoélectriques, le quartz par exemple, entraîne une déformation qui suscite l'apparition de charges électriques égales et de signes contraires sur les faces opposées.

*Effet d'induction électromagnétique* : Lorsqu'un conducteur se déplace dans un champ d'induction fixe, il est le siège d'une f.é.m. proportionnelle au flux coupé par unité de temps, donc à sa vitesse de déplacement.

De même, lorsqu'un circuit fermé est soumis à un flux d'induction variable du fait de son déplacement ou de celui de la source de l'induction (aimant par exemple), la f.é.m. dont il est le siège est égale (et de signe contraire) à la vitesse de variation du flux d'induction.

*Effets photo-électriques* : On en distingue plusieurs, qui diffèrent par leurs manifestations mais qui ont pour origine commune la libération de charges électriques dans la matière sous l'influence d'un rayonnement lumineux ou plus généralement électromagnétique, dont la longueur d'onde est inférieure à une valeur seuil, caractéristique du matériau.

*Effet photo-émissif* : Les électrons libérés sont émis hors de la cible éclairée et forment un courant collecté par application d'un champ électrique.

*Effet photo-voltaïque* : Des électrons et des trous sont libérés au voisinage d'une jonction de semi-conducteurs P et N illuminée ; leur déplacement dans le champ électrique de la jonction modifie la tension à ses bornes.

*Effet photo-électromagnétique* : L'application d'un champ magnétique perpendiculaire au rayonnement provoque dans le matériau éclairé l'apparition d'une tension électrique dans la direction normale au champ et au rayonnement.

*Effet Hall* : Un matériau, généralement semi-conducteur et sous forme de plaquette, est parcouru par un courant  $I$  et soumis à une induction  $B$  faisant un angle  $\theta$  avec le courant. Il apparaît, dans une direction perpendiculaire à l'induction et au courant une tension  $v_H$  qui a pour expression :

$$v_H = K_H \cdot B \cdot I \cdot \sin \theta \quad \text{avec } K_H, \text{ une constante liée au matériau}$$

Quelques exemples usuels de capteurs passifs et actifs :

Mesurande	Caractéristique électrique	Matériaux utilisés	Exemples concrets
Température	Résistivité	Métaux : platine, nickel, cuivre. Semi-conducteurs.	Sondes <a href="#">PT100</a> , thermistances <a href="#">CTN</a> ou <a href="#">CTP</a> , thermocouples <a href="#">DS18B20+</a> , <a href="#">MAX20208</a> , <a href="#">DHT11</a> ,...
Position d'un aimant	Résistivité	Matériaux magnéto-résistants : bismuth, antimoniure d'indium.	<a href="#">Capteur à effet hall</a> <a href="#">capteur d'accélérateur ILS (relais REED)</a>
Position d'un axe, d'une pièce, d'une came...	Résistivité Inductance Flux optique	Métaux : platine, nickel, cuivre. Semi-conducteurs.	<a href="#">Potentiomètre rotatif</a> <a href="#">Potentiomètre Linéaire</a> Codeur <a href="#">rotatif</a> , <a href="#">linéaire</a> Capteur de proximité <a href="#">inductif</a> , <a href="#">capacitif</a> Cellule <a href="#">photoélectrique</a>
Poids Force Pression ...	Résistivité  Perméabilité magnétique	Alliages de nickel, silicium dopé. Alliages ferromagnétiques.	<a href="#">Jauge de contrainte</a> = <a href="#">Capteur de déformation</a>
...			

### Le conditionneur

Le conditionneur est une partie électronique mise en aval de l'ensemble de mesure. L'association capteur-conditionneur qui détermine le signal électrique en sortie : de la constitution du conditionneur dépendent un certain nombre de performances de l'ensemble de mesure : sensibilité, linéarité, insensibilité à certaines grandeurs d'influence.



### Le corps d'épreuve

Pour des raisons de coût ou de facilité d'exploitation, on peut être amené à utiliser un capteur, non pas sensible au mesurande mais à l'un de ses effets. Le corps d'épreuve est le dispositif qui, soumis au mesurande étudié en assure une première traduction en une autre grandeur physique non-électrique, le mesurande secondaire, qu'un capteur adéquat traduit alors en grandeur électrique. L'ensemble formé par le corps d'épreuve et un capteur actif ou passif constitue un **capteur composite**.



### Quelques exemples de corps d'épreuve :

Pour la mesure de pression (sur un réseau pneumatique ou hydraulique), le corps d'épreuve est une membrane qui se déforme sur laquelle est collée une jauge de contrainte.

Dans un accéléromètre, la masse sismique (*masse qui est tenue par un ressort ou un système du type pendule, qui fait qu'elle ne bouge pas au même temps que la terre quand celle-ci bouge*) est le corps d'épreuve qui convertit l'accélération, mesurande primaire, en une force d'inertie, mesurande secondaire auquel est sensible un capteur piézoélectrique.

### Grandeurs d'influence

Le capteur, de par ses conditions d'emploi, peut se trouver soumis non seulement au mesurande mais à d'autres grandeurs physiques dont les variations sont susceptibles d'entraîner un changement de la grandeur électrique de sortie qu'il n'est pas possible de distinguer de l'action du mesurande. Ces grandeurs physiques « parasites » auxquelles la réponse du capteur peut être sensible sont les grandeurs d'influence.

Ainsi, par exemple :

- la température est grandeur d'influence pour un capteur optique comme la résistance photoconductrice ;
- il en est de même pour le champ magnétique vis-à-vis d'un capteur thermométrique comme la résistance de germanium.

Les principales grandeurs d'influence sont :

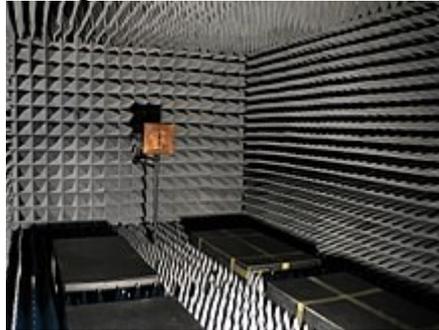
- la température, qui modifie les caractéristiques électriques, mécaniques et dimensionnelles des composants du capteur ;
- la pression, l'accélération et les vibrations susceptibles de créer dans certains éléments constitutifs du capteur des déformations et des contraintes qui altèrent la réponse ;
- l'humidité à laquelle certaines propriétés électriques comme la constante diélectrique ou la résistivité peuvent être sensibles et qui risque de dégrader l'isolation électrique entre composants du capteur ou entre le capteur et son environnement ;

- les champs magnétiques variables ou statiques ; les premiers créent des f.é.m. d'induction qui se superposent au signal utile, les seconds peuvent modifier une propriété électrique, comme la résistivité lorsque le capteur utilise un matériau magnétorésistant ;
- la tension d'alimentation – amplitude et fréquence – lorsque, comme pour le transformateur différentiel, la grandeur électrique de sortie en dépend de par le principe même du capteur.

Si l'on désigne par  $g_1, g_2 \dots$  les grandeurs d'influence, la relation entre grandeur électrique de sortie  $s$  et mesurande  $m$ , qui dans le cas idéal serait :  $s = F(m)$

devient :  $s = F(m, g_1, g_2 \dots)$ . On veillera à minimiser les influences de  $g_1, g_2, \dots$

Exemple de solution pour atténuer les grandeurs d'influence :



Glossaire :

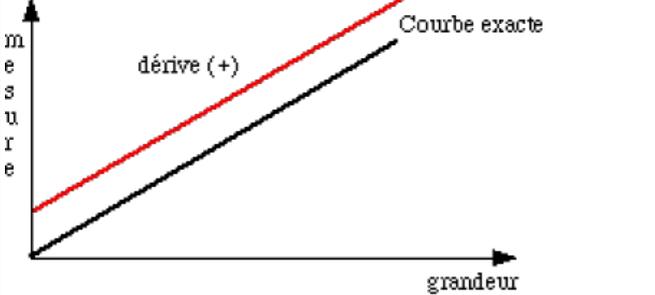
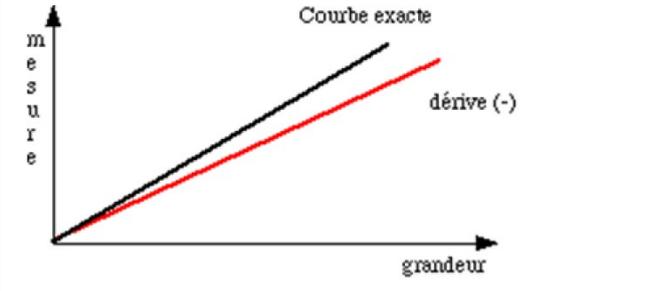
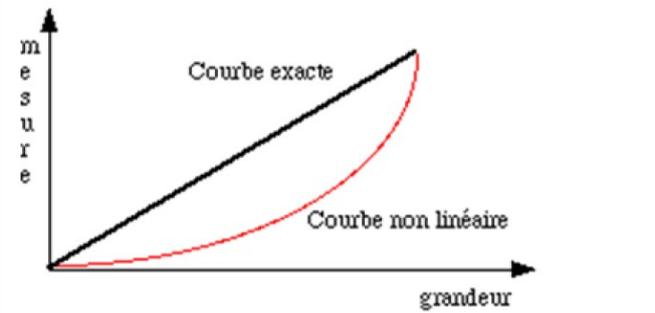
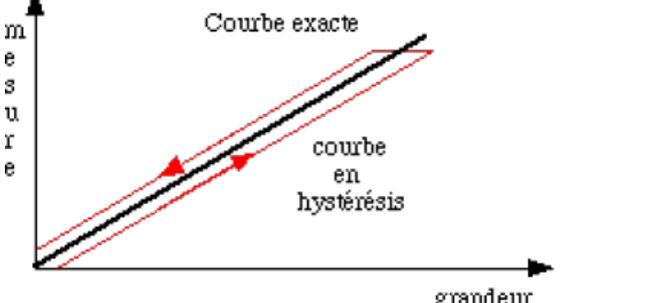
- Étendue de mesure : Valeurs extrêmes pouvant être mesurée par le capteur.
- Résolution : Plus petite variation de grandeur mesurable par le capteur.
- Sensibilité : Variation du signal de sortie par rapport à la variation du signal d'entrée.  
Exemple : Le capteur de température LM35 a une sensibilité de  $10\text{mV} / ^\circ\text{C}$ .
- Précision : Aptitude du capteur à donner une mesure proche de la valeur vraie.
- Rapidité : Temps de réaction du capteur. La rapidité est liée à la bande passante.
- Le mesurage : C'est l'ensemble des opérations ayant pour but de déterminer une valeur d'une grandeur.
- La mesure (x) : C'est l'évaluation d'une grandeur par comparaison avec une autre grandeur de même nature prise pour unité.  
Exemple : 2 mètres, 400 grammes, 6 secondes.
- La grandeur (X) : Paramètre qui doit être contrôlé lors de l'élaboration d'un produit ou de son transfert.  
Exemple : pression, température, niveau.  
On effectue des mesures pour connaître la valeur instantanée et l'évolution de certaines grandeurs. Renseignements sur l'état et l'évolution d'un phénomène physique, chimique, industriel.
- L'incertitude (dx) : Le résultat de la mesure  $x$  d'une grandeur  $X$  n'est pas complètement défini par un seul nombre. Il faut au moins la caractériser par un couple  $(x, dx)$  et une unité de mesure.  $dx$  est l'incertitude sur  $x$ . Les incertitudes proviennent des différentes erreurs liées à la mesure.  
Ainsi, on a :  $x-dx < X < x+dx$   
Exemple :  $3\text{ cm} \pm 10\%$ , ou  $3\text{ cm} \pm 3\text{ mm}$ .
- Erreur absolue (e) : Résultat d'un mesurage moins la valeur vraie du mesurande. Une erreur absolue s'exprime dans l'unité de la mesure.  
 $e = x - X$   
Exemple : Une erreur de 10 cm sur une mesure de distance.
- Erreur relative (e<sub>r</sub>) : Rapport de l'erreur de mesure à une valeur vraie de mesurande. Une erreur relative s'exprime généralement en pourcentage de la grandeur mesurée.  
 $e_r = e/X$  ;  $e_r\% = 100 \cdot e_r$   
Exemple : Une erreur de 10 % sur une mesure de distance (10 % de la distance réelle).

Calcul de l'erreur relative :

$$\text{erreur relative} = \frac{\text{Valeur}_{\text{Mesurée}} - \text{Valeur}_{\text{Référence}}}{\text{Valeur}_{\text{Référence}}} \times 100$$

## Les erreurs

**Les erreurs systématiques :** Ce sont des erreurs reproductibles reliées à leur cause par une loi physique, donc susceptible d'être éliminées par des corrections convenables. Parmi ces erreurs, on cite :

<p>Erreur de zéro (offset),</p>	
<p>L'erreur d'échelle (gain) : c'est une erreur qui dépend de façon linéaire de la grandeur mesurée,</p>	
<p>L'erreur de linéarité : la caractéristique n'est pas une droite,</p>	
<p>L'erreur due au phénomène d'hystérésis : lorsque le résultat de la mesure dépend de la précédente,</p>	
<p>L'erreur de mobilité : en dessous d'une certaine valeur, les variations du mesurande n'entraînent pas de variation décelable du signal électrique fourni par le capteur. C'est le cas, par exemple, pour un potentiomètre bobiné pour lequel un déplacement du curseur inférieur à la distance entre deux spires peut n'entraîner aucune variation de la tension du curseur. L'erreur de mobilité est spécifiée comme la variation maximale du mesurande qui n'entraîne pas de variation détectable de la grandeur de sortie du</p>	<p>Exemple : codeur incrémental avec un PPR (pulse per revolution) de 500PPR  <math>\rightarrow</math> erreur de mobilité = <math>\frac{380^\circ}{500} = 0,76^\circ</math></p>

capteur.	
Erreur de quantification d'un convertisseur analogique-numérique : l'opération de quantification attribue une valeur unique à l'ensemble des valeurs analogiques comprises dans une plage correspondant à un bit de poids le plus faible 1 (LSB : Less Significant Bit) ; l'incertitude maximale entraînée est de $\pm \frac{1}{2}$ LSB.	Exemple : CAN (ADC) 10 bits, $V_{REF} = 5V$ → erreur de mobilité = quantum = $q = \frac{V_{REF}}{(2^n)} = 4,88 mV$
Erreur de rapidité : la vitesse de réponse d'un capteur et de l'équipement associé est généralement finie et toute mesure effectuée avant que ne soit atteint le régime permanent est entachée d'erreur. C'est ainsi qu'une même sonde de température a une vitesse de réponse très différente selon qu'elle se trouve placée dans un fluide au repos ou en mouvement.	Erreur de finesse ou discrétion : la présence d'un capteur peut modifier de façon appréciable la valeur du mesurande ; ce serait le cas d'une sonde thermométrique dont la capacité calorifique et les échanges thermiques externes ne seraient pas négligeables devant ceux du milieu dans lequel elle se trouve plongée.
auto-échauffement d'une résistance thermométrique par le courant de mesure	différence entre la température du capteur qui est mesurée, et celle du milieu que l'on souhaite connaître, par suite de la conduction thermique de l'enveloppe ou des fils de liaison.
Bruit de fond produit par l'agitation thermique des porteurs de charge dans les résistances ou les composants actifs qui entraîne l'apparition à leurs bornes de fluctuations de tension qui se superposent au signal utile.	Inductions parasites dues aux rayonnements électromagnétiques, à fréquence industrielle en particulier
Fluctuations de tension des sources d'alimentation changeant les performances d'appareillages : conditionneurs, amplificateurs, et modifiant par là même l'amplitude du signal traité sans qu'il soit possible de distinguer cette variation d'une variation due au mesurande.	Dérive temporelle de la tension de sortie d'un amplificateur par exemple.

### **Réduction des erreurs accidentelles**

L'importance de ces erreurs peut dans certains cas être réduite par des dispositifs ou des méthodes expérimentales appropriés :

- protection de la chaîne de mesure vis-à-vis des causes d'erreur : maintien en atmosphère à température stabilisée et à hygrométrie contrôlée ; supports antivibratoires ; régulation des tensions d'alimentation ; amplificateurs à faible dérive ; convertisseurs analogique-numérique de résolution suffisante ; blindages et mises à la masse convenables ; utilisation

d'amplificateurs d'instrumentation à taux de réjection du mode commun élevé ; filtrage des signaux parasites ;

- utilisation de modes opératoires judicieux : méthodes de mesure différentielle (montage push-pull par exemple) ; élimination de l'influence des inductions parasites du secteur par convertisseur à double rampe ; extraction d'un signal du bruit par détection synchrone, corrélation.

### **Fidélité, Justesse et Précision**

La **fidélité** est la qualité d'un appareillage de mesure dont les erreurs accidentelles sont faibles : elle se traduit par des résultats de mesurage groupés autour de leur valeur moyenne. L'écart type dont l'importance reflète la dispersion des résultats est souvent considéré comme l'erreur de fidélité : il permet ainsi une appréciation quantitative de la fidélité. La valeur du mesurande la plus probable telle qu'elle résulte d'un ensemble de mesures peut être connue avec une faible marge d'incertitude tout en étant éloignée de la valeur vraie du mesurande si des erreurs systématiques importantes se sont superposées aux erreurs accidentelles.

La **justesse** est la qualité d'un appareillage de mesure dont les erreurs systématiques sont réduites : la valeur la plus probable du mesurande qu'un tel appareillage permet de déterminer est alors très proche de la valeur vraie.

La **précision** qualifie l'aptitude de l'appareillage de mesure à donner des résultats qui, individuellement, sont proches de la valeur vraie du mesurande : un appareillage précis est donc à la fois fidèle et juste.

La précision peut être spécifiée numériquement par l'erreur de précision qui, compte tenu de toutes les causes d'erreur (systématiques et accidentelles) délimite l'intervalle autour de la valeur mesurée, à l'intérieur duquel on est assuré de trouver la valeur vraie.

### **Quelques calculs :**

Les erreurs accidentelles entraînent une dispersion des résultats lors de mesures répétées ; cependant leur traitement statistique permet :

- de connaître la valeur la plus probable de la grandeur mesurée ;
- et de fixer les limites de l'incertitude.

Lorsque le mesurage d'une même valeur (inconnue) du mesurande a été répété  $n$  fois, donnant les résultats :  $m_1, m_2 \dots m_n$ , la valeur moyenne  $\bar{m}$  (ou  $\langle m \rangle$ ) est par définition :

$$\langle m \rangle = \bar{m} = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{n}$$

Une indication de la dispersion de ces résultats est donnée par l'écart type  $\sigma$  (*sigma*) :

$$\sigma = \sqrt{\frac{(m_1 - \bar{m})^2 + (m_2 - \bar{m})^2 + \dots + (m_n - \bar{m})^2}{n - 1}}$$

## Sensibilité en régime statique

L'étalonnage statique consiste en le relevé, pour différentes valeurs constantes du mesurande  $m_i$ , des valeurs correspondantes de la grandeur électrique  $s_i$ , lorsque celle-ci a atteint son régime permanent. La caractéristique statique est la traduction graphique de cet étalonnage. Le point de fonctionnement  $Q_i$  du capteur est le point de la caractéristique statique correspondant aux valeurs associées de  $m_i$  et  $s_i$ .

La définition générale de la sensibilité conduit à définir la sensibilité en régime statique, en un point de fonctionnement  $Q_i$ , comme le rapport de l'incrément  $\Delta s$  à l'incrément  $\Delta m$  qui le provoque : la sensibilité en régime statique est donc égale à la pente de la caractéristique statique au point de fonctionnement ; lorsque cette caractéristique n'est pas une droite, la sensibilité dépend du point de fonctionnement.

Ainsi par exemple, pour une résistance de platine de  $100 \Omega$  à  $0^\circ\text{C}$ , la variation en fonction de  $T$  est approximativement linéaire pour  $T$  compris entre  $0^\circ\text{C}$  et  $150^\circ\text{C}$  et l'on a :

– à  $0^\circ\text{C}$  :  $S = 0,39 \Omega/^\circ\text{C}$  et à  $130^\circ\text{C}$  :  $S = 0,38 \Omega/^\circ\text{C}$ .

alors que pour une thermistance 35J3 (fabricant OMEGA) de  $5\,000 \Omega$  à  $25^\circ\text{C}$  dont la variation thermique est fortement non linéaire on a :

– à  $0^\circ\text{C}$  :  $S = 835 \Omega/^\circ\text{C}$  et à  $130^\circ\text{C}$  :  $S = 3,8 \Omega/^\circ\text{C}$ .

Le rapport de la valeur  $s_i$  de la sortie à celle,  $m_i$  du mesurande correspondant est défini comme le rapport de transfert statique  $r_i$  :

$$r_i = \left( \frac{s}{m} \right)_{Q_i}$$

Ce rapport est indépendant du point de fonctionnement  $Q_i$  et égal à la sensibilité  $S$  uniquement dans le cas où la caractéristique statique est une droite passant par l'origine.

## Sensibilité en régime dynamique et réponse en fréquence

La sensibilité en régime dynamique peut être définie lorsque le mesurande est une fonction périodique du temps ; dans ces conditions la grandeur de sortie  $s$  a en régime permanent même périodicité que le mesurande.

Soit le mesurande :  $m(t) = m_0 + m_1 \cos \omega t$

où  $m_0$  est une valeur constante à laquelle est superposée une variation sinusoïdale d'amplitude  $m_1$  et de fréquence  $f = \omega/2\pi$ .

La réponse du capteur est de la forme :

$$s(t) = s_0 + s_1 \cos(\omega t + \psi)$$

où  $s_0$  est la valeur constante correspondant à  $m_0$ , définissant le point de repos  $Q_0$  sur la courbe d'étalonnage statique ;

$s_1$  est l'amplitude de variation de la sortie provoquée par la partie variable du mesurande et  $\psi$  le déphasage entre variations de la sortie et de l'entrée.

La sensibilité qui, de façon générale, est le rapport des variations associées de  $s$  et de  $m$  est définie dans ce cas par l'expression :

$$S = \left( \frac{s_1}{m_1} \right)_{Q_i}$$

L'évolution de la sensibilité en régime dynamique en fonction de la fréquence  $f$  du mesurande, soit  $S(f)$ , définit la réponse en fréquence du capteur.

Lorsque la variation du mesurande, sans être sinusoïdale, est périodique, de période  $T = 2\pi/\omega$ , elle peut être décomposée en série de Fourier :

$$m(t) = m_0 + \sum_{(n=1)}^{(\infty)} m_n \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t + \phi_n)$$

La réponse du capteur est alors de la forme :

$$s(t) = s_0 + \sum_{(n=1)}^{(\infty)} s_n \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t + \psi_n)$$

elle est la superposition des réponses aux différentes composantes  $m_n \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t + \phi_n)$ , chacune de ces réponses étant fixée par sa sensibilité propre telle qu'elle résulte de la réponse en fréquence :

$$\left( \frac{s_n}{m_n} \right)_{Q_0} = S(f_n) \quad \text{où} \quad f_n = \frac{n \cdot \omega}{2 \cdot \Pi}$$

La variation de la sensibilité en fonction de la fréquence a généralement pour origine l'inertie mécanique, thermique ou électrique de la tête de mesure – capteur et dispositifs directement associés – qui l'empêche de délivrer un signal qui suive instantanément les variations du mesurande et ceci d'autant plus que la fréquence est plus élevée. Cette inertie peut être inhérente au principe physique de base du capteur mais elle est aussi très souvent due à la présence de composants électriques : résistances, inductances et capacités, localisées ou non, qui introduisent dans la réponse

des constantes de temps de la forme RC ou L/R. C'est pourquoi l'étude de la réponse en fréquence doit être menée en considérant l'ensemble formé par le capteur et les composants qui lui sont directement associés.

L'équation qui relie les variations de  $s$  à celles de  $m$  est sous sa forme la plus générale une équation différentielle qui selon le cas est du premier ou du second ordre ; la réponse en régime sinusoïdal permanent s'étudie simplement en ramenant cette équation différentielle à sa forme complexe équivalente par la transformation :

$$\frac{d}{dt} \rightarrow j\omega \quad \text{et} \quad \frac{d^2}{dt^2} \rightarrow -\omega^2$$

Les caractéristiques de la réponse en fréquence sont liées à l'ordre de l'équation différentielle, ce qui amène à distinguer les systèmes du premier et du second ordre.

### Réponse en fréquence d'un système du premier ordre

Un tel système est régi par une équation différentielle de la forme :

$$a \cdot \frac{ds}{dt} + b \cdot s = m(t) \quad \text{avec } a \text{ et } b, \text{ constants}$$

Pour un mesurande sinusoïdal  $m(t) = m_1 \cdot \cos \omega t$ , la réponse en régime permanent est aussi sinusoïdale :  $s(t) = s_1 \cdot \cos(\omega t + \psi)$ .

Associant à chacun des termes la forme complexe correspondante :

$$m(t) \rightarrow m_1 \cdot e^{j\omega t} \quad \text{et} \quad s(t) \rightarrow s_1 \cdot e^{j(\omega t + \psi)} \quad \text{où } m_1 \text{ et } s_1 \text{ sont réels, l'équation du système devient :}$$

$$j \cdot \omega \cdot a \cdot s_1 \cdot e^{j\psi} + b \cdot s_1 \cdot e^{j\psi} = m_1 \quad (e^{j\omega t} \text{ a été mis en facteur puis supprimé})$$

$$\text{On en déduit, en posant } f_c = \frac{b}{2 \cdot \Pi \cdot a}, \text{ fréquence de coupure :}$$

$$j \cdot 2 \cdot \Pi \cdot f \cdot a \cdot s_1 \cdot e^{j\psi} + b \cdot s_1 \cdot e^{j\psi} = m_1$$

$$j \cdot 2 \cdot \Pi \cdot f \cdot \frac{b}{2 \cdot \Pi \cdot f_c} \cdot s_1 \cdot e^{j\psi} + b \cdot s_1 \cdot e^{j\psi} = m_1$$

$$j \cdot b \cdot \frac{f}{f_c} \cdot s_1 \cdot e^{j\psi} + b \cdot s_1 \cdot e^{j\psi} = m_1$$

$$(j \cdot \frac{f}{f_c} + 1) \cdot b \cdot s_1 \cdot e^{j\psi} = m_1$$

$$\text{Le module de } |s_1| \text{ sera égale à : } s_1 = \frac{m_1}{b} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{f}{f_c})^2}}$$

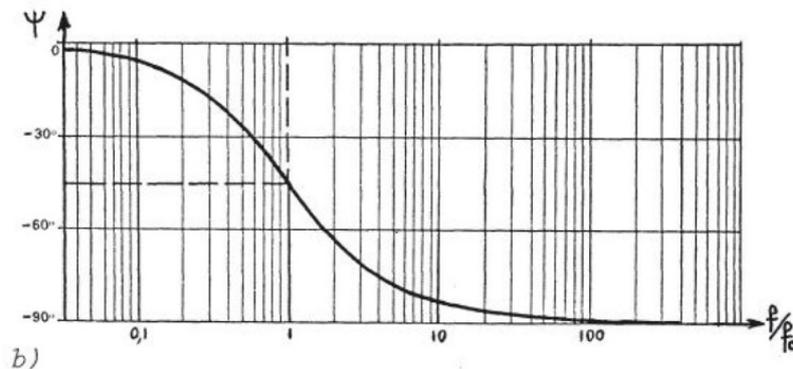
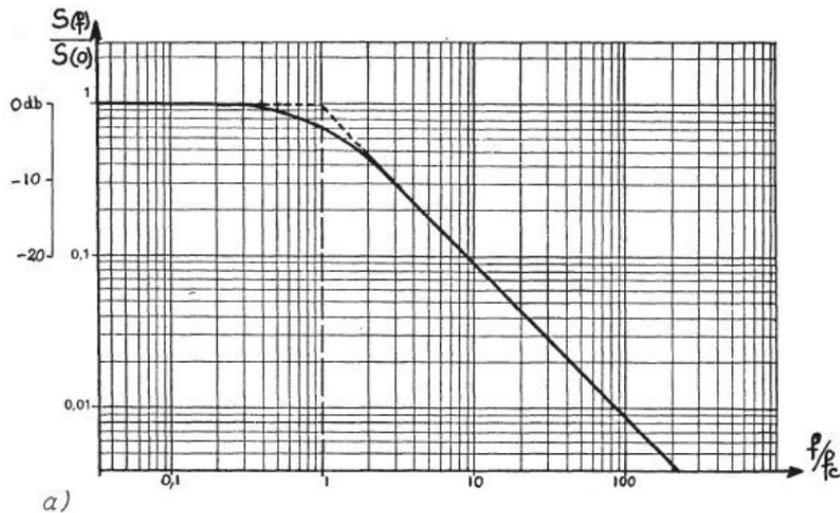
$$\text{et l'argument de } s_1 \text{ sera égal à : } \psi = -\arctan\left(\frac{f}{f_c}\right)$$

L'expression de la sensibilité en fonction de la fréquence est :

$$S = \left( \frac{s_1}{m_1 Q_i} \right) = \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{f}{f_c} \right)^2}}$$

Lorsque  $f$  tend vers zéro, la sensibilité en régime dynamique tend vers la sensibilité en régime statique  $S(0) = 1/B$  ; la réponse en fréquence peut donc s'écrire :

$$S = S(0) \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{f}{f_c} \right)^2}}$$



Réponse en fréquence d'un système du premier ordre : a) module, b) phase.

On constate sur les diagrammes de Bode ci-dessus que pour :  $f \ll f_c$ , on a pratiquement  $S(f) = S(0)$  et  $\psi = 0$ .

### Réponse en fréquence d'un système du second ordre

L'équation différentielle qui caractérise un tel système est de la forme :

$$s \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} + b \cdot \frac{ds}{dt} + cs = m(t) \quad \text{avec } a, b, c \text{ étant des constantes}$$

Pour un mesurande sinusoïdal  $m(t) = m_1 \cdot \cos \omega t$ , la réponse en régime permanent est aussi sinusoïdale :  $s(t) = s_1 \cdot \cos(\omega t + \psi)$ .

Associant à chacun des termes la forme complexe correspondante :

$m(t) \rightarrow m_1 \cdot e^{j\omega t}$  et  $s(t) \rightarrow s_1 \cdot e^{j(\omega t + \psi)}$  où  $m_1$  et  $s_1$  sont réels, l'équation du système devient :

$$-a \cdot \omega^2 \cdot s_1 \cdot e^{j\psi} + j \cdot \omega \cdot b \cdot s_1 \cdot e^{j\psi} + c \cdot s_1 \cdot e^{j\psi} = m_1 \quad (e^{j\omega t} \text{ a été mis en facteur puis supprimé})$$

En posant :  $f_0 = \frac{1}{2 \cdot \Pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{a}}$ , fréquence propre du système non amorti,

et  $\xi = \frac{b}{2 \cdot \sqrt{c \cdot a}}$ , coefficient d'amortissement du système

$$\text{On obtient } s_1 = \frac{m_1}{c \cdot \sqrt{\left(1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}}$$

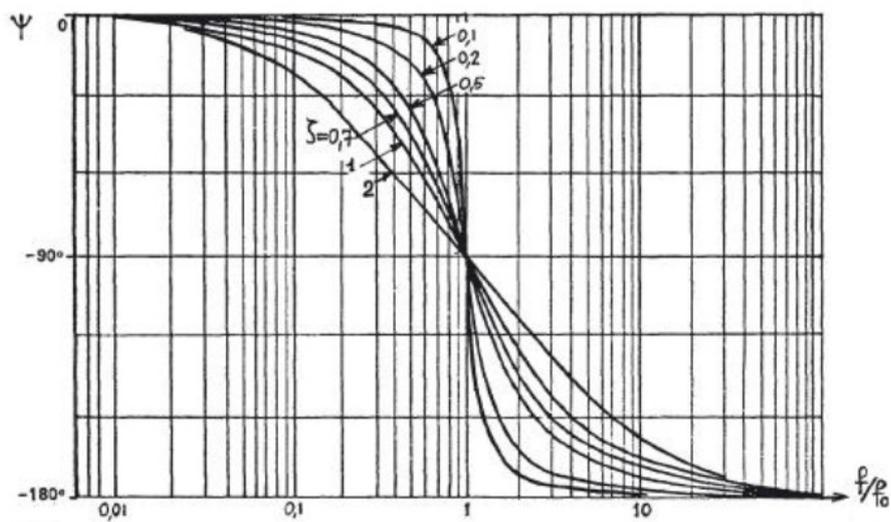
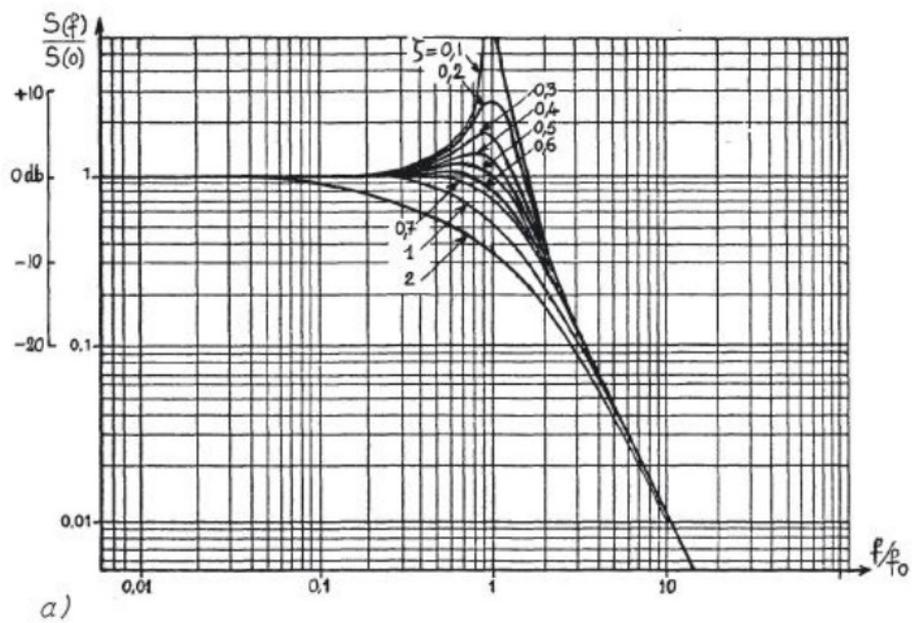
$$\text{et } \psi = -\arctan\left(\frac{2 \cdot \xi}{\frac{f_0}{f} \cdot \left(1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right)}\right)$$

L'expression de la sensibilité en régime dynamique en fonction de la fréquence est

$$S(f) = \frac{s_1}{m_1} = \frac{1}{c \cdot \sqrt{\left(1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}}$$

et, en posant  $S(0) = 1/c$ , sensibilité en régime statique ( $f=0$ ), on obtient :

$$S(f) = S(0) \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}}$$



Ce type de capteur, système du 2nd ordre, est très répandu : accéléromètre, par exemple